

# Multiphysics: многодисциплинарное моделирование металлургических магнитогидродинамических технологий

## Эволюция моделей индукционной печи с холодным тиглем

Сергей Павлов, Dr.Phys. (Observer), Андрис Якович, Dr.Phys. (Латвийский университет)

Истина сложнее, чем нам хотелось бы...  
(студенческий фольклор физмата)

В названии продуктов разработчиков коммерческих CAE-технологий термины *Multiphysics* и *Multidisciplinary (MD)* появились относительно недавно – например, *ANSYS Multiphysics*, *MD Nastran* от *MSC.Software*, *Abaqus Multiphysics* от *Dassault Systèmes*, *COMSOL Multiphysics* и другие. Маркетинговые службы лидеров CAE-рынка и компаний, которые еще только стремятся расширить свою нишу, почувствовали спрос на системы, обеспечивающие возможность всестороннего **многодисциплинарного инженерного анализа** конструируемых моделей высокотехнологичных изделий. С помощью таких систем в процессе математического моделирования изучаются распределения сразу нескольких физических полей, определяющих прочностные, тепловые, гидродинамические, электромагнитные и другие технологически значимые характеристики изделий. Таким образом, можно говорить о том, что оформилось новое популярное направление развития современных CAE-технологий.

Однако, как известно, новое – это хорошо забытое старое. В качестве примера можно привести математическое моделирование технологических устройств в **вычислительной металлургической магнитной гидродинамике (МГД)**, которое изначально являлось многодисциплинарным.

В скобках отметим, что инженеры-конструкторы, как и разработчики CAE-систем, предпочитают называть математическое моделирование изделия и его поведения при различного рода воздействиях *симуляцией*. Делается это для того, чтобы не путать инженерный анализ, проводимый с использованием CAE-системы, с проектированием в среде CAD-системы, которое также называют моделированием, понимая под этим создание CAD-модели конструируемого изделия. Далее мы, как специалисты в области вычислительной физики, будем пользоваться термином математическое моделирование или просто *моделирование*, под которым будет пониматься инженерный анализ и симуляция изделия. Кроме того, акцент в статье будет сделан на методике и результатах исследования характеристик технологических устройств, а не на особенностях их конструирования.

Для иллюстрации многодисциплинарного подхода в вычислительной металлургической МГД вниманию читателей предлагается краткий обзор эволюции вычислительных моделей одного

объекта – **индукционной печи с холодным тиглем (ИПХТ)**. В англоязычной литературе используются несколько терминов – *induction furnace with cold crucible (IFCC)*, *cold crucible induction furnace (CCIF)*, *cold crucible induction melter (CCIM)* и другие. Математические модели и методики расчета ИПХТ уже в течение почти 40 лет разрабатываются в Латвийском университете (ЛУ). В 1970÷1980-х годах работы проводились на кафедре электродинамики и механики сплошных сред (КЭМСС) физико-математического факультета [1–5] в сотрудничестве с московским Всесоюзным научно-исследовательским институтом электротермического оборудования (ВНИИЭТО) [6,7]. Начиная с 1990-х годов и по настоящий момент, исследования продолжаются в лаборатории математического моделирования окружающей среды и технологических процессов ЛУ в сотрудничестве с Институтом электротехнологий при Университете Готфрида Лейбница в Ганновере (*Institut für Elektroprozessstechnik, Leibniz Universität Hannover*) [8–12].

ИПХТ относится к классу индукционных устройств, которые позволяют реализовать такие технологические процессы, как нагрев, плавка и легирование металлов и сплавов, оксидов и стекол, кристаллизацию расплавов и другие. Рассмотрение истории развития конструкции ИПХТ выходит за рамки статьи. Подробный обзор эволюции технологии индукционного нагрева и плавки (*induction heating and melting*) можно найти в [13, 14]. Отметим только, что один из первых патентов на устройство, где для плавки металлов использовался водоохлаждаемый контейнер, получен в 1931 году компанией *Siemens & Halske AG*. Результаты исследований по данной тематике на русском языке публиковались в издаваемом в Латвии журнале “Магнитная гидродинамика” (после 2001 года – *Magnetohydrodynamics*) и в материалах “Рижского совещания по МГД”.

Исследование и разработка перспективных металлургических технологий, основанных на применении холодных тиглей, ведутся в настоящее время также в Гренобле (Франция) в *Electromagnetic Processing of Materials Laboratory (EPM)*, *National Centre for Scientific Research (CNRS)*; в Санкт-Петербурге (Россия) Электротехническим институтом “ЛЭТИ” в сотрудничестве с *Idaho National Laboratory* (штат Айдахо, США), в *University of Greenwich* (Гринвич, Великобритания), в Японии, Китае и других странах.

## Особенности конструкции ИПХТ и возможности моделирования

Принципиальным отличием ИПХТ от других металлургических МГД-устройств, таких как индукционные тигельные печи (ИТП), где в процессе термической обработки расплав находится в керамическом тигле, является так называемый “холодный” тигель.

Особенности конструкции “холодного” тигля (рис. 1÷3) следующие:

- тигель изготовлен из материала с высокой электропроводностью;
- тигель является сегментированным – разделенным на вертикальные, электрически изолированные друг от друга, секции;
- каждая секция имеет систему водяного охлаждения, состоящую из одного или двух каналов, по которым прокачивается вода, температура которой может приближаться к 100°C.

Конструкция тигля и использование электромагнитного силового воздействия, созданного переменным током в индукторе, позволяет минимизировать контакт расплава со стенками “холодного” тигля, добиваясь, таким образом, высокой чистоты получаемого материала. Зачастую основанная на применении “холодного” тигля технология является единственной для выплавки металла с заданными свойствами, составом и чистотой или для получения сплава металлов, которые не поддаются смешиванию с применением других технологий. Таким, например, является сплав  $TiAl$ , применяемый в массовом производстве клапанов для двигателей автомобилей BMW.

При построении физической модели ИПХТ учитываются следующие элементы конструкции (рис. 4):

- расплав;
- гарнисаж (франц. *garnissage* – твердый защитный слой, образующийся при плавке на рабочей поверхности стенок металлургических агрегатов, подвергающихся интенсивному охлаждению);
- водоохлаждаемые секции “холодного” тигля;
- водоохлаждаемая донная часть “холодного” тигля;
- электроизолирующие промежутки между секциями тигля;
- водоохлаждаемый индуктор.

Отметим, что на рис. 4 показаны лишь те элементы конструкции, которые оказывают существенное влияние на распределение

физических полей. Это же касается геометрии элементов – не учитываются детали конструкции, необходимые для функционирования устройства, однако являющиеся второстепенными при моделировании физических полей. Кроме того, введены некоторые упрощения геометрии элементов.

При моделировании всё внимание сфокусировано на исследовании температуры, концентрации, скорости и других полей, от распределения которых зависят свойства расплава для выбранной конструкции и характеристик ИПХТ. Например, в процессах легирования и смешивания существенным является достижение максимального превышения температуры расплава над температурой плавления (так называемый перегрев) при минимальной длительности процесса

(то есть при минимальном потреблении энергии). Другими словами, моделирование проводится для получения ответа на основной вопрос: позволяет ли добиться необходимых свойств расплава та или иная конструкция ИПХТ, а также позволяют ли это выбранные режимы технологической обработки расплава.

При этом вопросы, связанные с разработкой конструкции ИПХТ, которые традиционно решаются в процессе проектирования (расчет прочности и оптимизация конструкции системы “тигель–индуктор”, электротехническое проектирование системы питания индуктора, разработка систем для создания контролируемой атмосферы инертных газов, в которой происходит плавка, расчеты системы радиационной защиты и многие другие задачи) рассматриваются на последующих этапах, когда основной вопрос о выборе конструкции ИПХТ и технологических режимов обработки расплава в принципе решен.

В ИПХТ одновременно протекают многие физические процессы (рис. 4). Дадим краткую характеристику основным из них:

✓ Однофазный или многофазный индуктор создает переменное электромагнитное поле заданной частоты. На рис. 4 показано условное направление переменного тока в индукторе в моменты времени, когда фаза равна нулю:  $t = (-\alpha_0 + 2\pi n)/\omega$  (где  $\alpha_0$  – начальная фаза,  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ ). Кроме того, отображена картина силовых линий магнитного поля, соответствующая току возбуждения в индукторе.

✓ В электропроводящих секциях “холодного” тигля наводятся вихревые токи, которые, благодаря

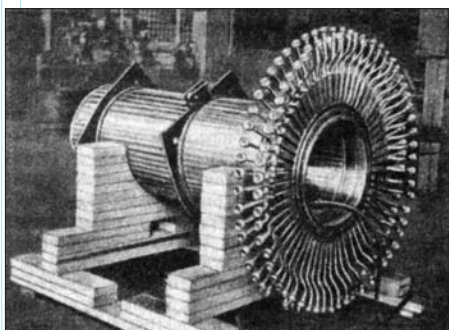


Рис. 1. Сборка расположенного горизонтально сегментированного водоохлаждаемого “холодного” тигля [7]



Рис. 2. ИПХТ для получения сплава  $TiAl$  [8]

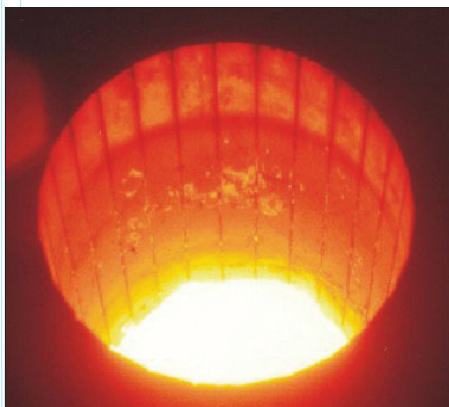


Рис. 3. Расплав в процессе обработки в ИПХТ [8]

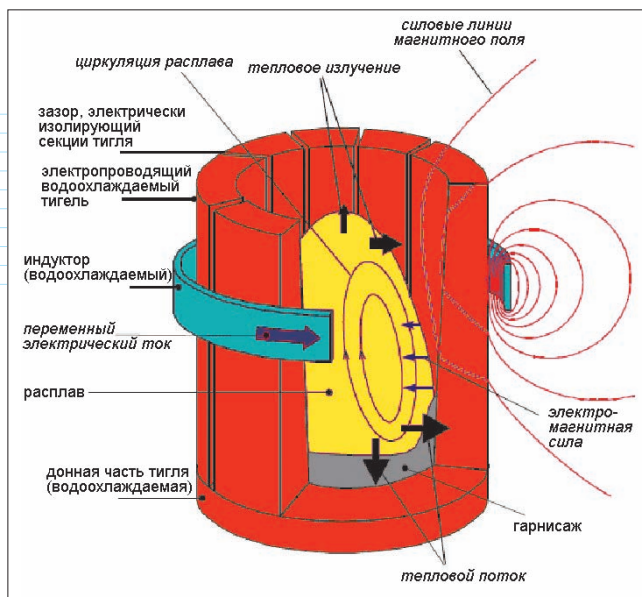


Рис. 4. Основные элементы конструкции ИПХТ и её физическая модель

электроизолирующим промежуткам между секциями, замыкаются в пределах каждой секции. Это приводит к перераспределению токов по высоте (см. также рис. 11), на которое влияют соотношения индуктивности индуктора, тигля и расплава. Чтобы минимизировать джоулево тепловыделение в “холодном” тигле, он изготавливается из материала с высокой электропроводностью – например, из меди.

✓ Взаимодействие вихревых токов в расплаве с внешним переменным магнитным полем создает объемную электромагнитную силу Лоренца. Действие силы сосредоточено в пределах достаточного тонкого скин-слоя, толщина которого определяется частотой возбуждающего тока индуктора и электропроводностью расплава.

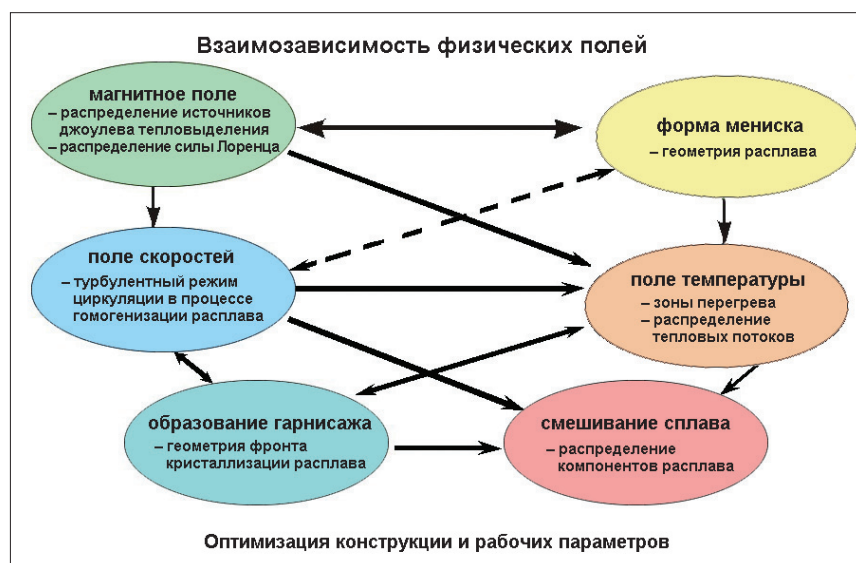


Рис. 5. Взаимозависимость физических полей и процессов, свойств и геометрии расплава в ИПХТ

✓ Электромагнитные силы являются причиной возникновения вынужденной электромагнитной конвекции расплава. Течение расплава имеет ярко выраженный турбулентный характер. Число контуров циркуляции определяется многими факторами, в том числе формой мениска расплава, взаимным расположением индуктора и расплава. Для расплава с хорошей точностью применима модель несжимаемой жидкости.

✓ Распределение электромагнитного давления приводит к деформации свободной поверхности расплава с образованием выпуклого мениска, на форму которого влияет также плотность, поверхностное натяжение расплава и характер его циркуляции. В ИПХТ для сокращения тепловых потерь через стенки “холодного” тигля выбираются такие режимы, чтобы расплав был по возможности полностью отжат от стенок. Поэтому зона контакта расплава и тигля имеет место только в донной части тигля и в нижней части, причем высота этой зоны незначительная.

✓ В зоне соприкосновения с “холодным” тиглем расплав кристаллизуется с образованием относительно тонкого слоя гарнисажа, который препятствует загрязнению расплава материалом тигля.

✓ Интенсивная турбулентная электромагнитная конвекция способствует выравниванию температуры в объеме расплава, несмотря на достаточно значительные тепловые потоки в зоне контакта “холодного” тигля и расплава, а также тепловое излучение со свободной поверхности расплава.

✓ Режимы электромагнитной конвекции выбираются с таким расчетом, чтобы обеспечить гомогенизацию расплава в случае добавления легирующих пассивных примесей или же в случае приготовления многокомпонентного сплава.

Разработка расчетных моделей ИПХТ требует многодисциплинарного подхода к моделированию. Для наглядного представления взаимозависимости физических полей и процессов составлена следующая схема (рис. 5).

Многостраничная запись уравнений и граничных условий, определяющих распределение электромагнитного поля, циркуляцию расплава, тепломассоперенос и кристаллизацию в цилиндрической системе координат для всех искомым компонент векторных и скалярных полей во всех областях показанной на рис. 4 модели может отпугнуть читателя. Поэтому мы ограничимся только перечислением основных безразмерных чисел (см. врезку) и характерных параметров модели, возникающих в случае представления уравнений и граничных условий в безразмерной форме.

Безразмерные числа определяют условия подобия различных исследуемых моделей ИПХТ, а также позволяют сделать ряд качественных оценок:

✓  $Re_m / \omega \ll 1$

Поскольку магнитное поле индуцированных в результате движения



расплава во внешнем магнитном поле токов существенно меньше внешнего магнитного поля, то задачу расчета распределения электромагнитных величин можно рассматривать в так называемом безындукционном приближении и решать раздельно от гидродинамической.

✓  $Al \cdot Fr \gg 1$

Интенсивность термогравитационной конвекции расплава, вызванной неоднородностью теплового поля, существенно меньше интенсивности электромагнитной конвекции расплава, вызванной объемными электромагнитными силами, являющимися результатом взаимодействия вихревых токов с переменным магнитным полем индуктора.

В случае, если в ИПХТ плавится стекло, соотношение чисел  $Al$  и  $Fr$  может оказаться следующим:  $Al \cdot Fr \sim 1$ . Тогда термогравитационная и электромагнитная конвекция будут конкурировать. При этом необходимо также учитывать нелинейную зависимость

### Безразмерные числа

- безразмерная частота:  $\hat{\omega} = \mu_0 \sigma \omega r_0^2$
- магнитное число Рейнольдса:  $Re_m = v_0 r_0 \mu_0 \sigma$
- число Рейнольдса и эффективное число Рейнольдса:  $Re = v_0 r_0 / \nu$  и  $Re_s = v_0 r_0 / \nu_s$
- число Пекле и эффективное число Пекле:  $Pe = v_0 r_0 / a$  и  $Pe_s = v_0 r_0 / a_s$
- число Прандтля и эффективное число Прандтля:  $Pr = Pe / Re = \nu / a$  и  $Pr_s = Pe_s / Re_s = \nu_s / a_s$
- число Альфвена:  $Al = j_0^2 \mu_0 r_0^2 / \rho v_0^2$
- число Фруда:  $Fr = v_0^2 / g \beta \Delta T_0 r_0$

### Характерные параметры и физические характеристики модели

- характерный радиус расплава:  $r_0$  [м]
- характерная скорость расплава:  $v_0$  [м/с]
- характерная плотность тока индуктора:  $j_0$  [А/м²]
- характерная разность температур в расплаве:  $\Delta T_0$  [К]
- круговая частота тока в индукторе:  $\omega$  [с⁻¹]

### Характеристики выплавляемого металла или сплава, а также материалов, использованных при изготовлении конструктивных элементов модели

- плотность:  $\rho$  [кг/м³]
- температурный коэффициент расширения расплава:  $\beta = -(\partial \rho / \partial T) / \rho$  [К⁻¹]
- удельная электропроводность:  $\sigma$  [См/м]
- коэффициент динамической вязкости:  $\eta$  [Па·с]
- коэффициент теплопроводности:  $\kappa$  [Вт/м·К]
- удельная теплоемкость:  $c_p$  [Дж/кг·К]
- коэффициенты ламинарной ( $\nu = \eta / \rho$ ), турбулентной ( $\nu_t$ ) и эффективной ( $\nu_s = \nu + \nu_t$ ) кинематической вязкости [м²/с]
- коэффициенты ламинарной ( $a = \kappa / \rho c_p$ ), турбулентной ( $a_t$ ) и эффективной ( $a_s = a + a_t$ ) температуропроводности [м²/с]

### Физические постоянные

- ускорение свободного падения:  $g \approx 9.81$  м/с²
- магнитная постоянная:  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$  Гн/м

свойств расплавленного стекла от температуры, капиллярные явления на свободной поверхности, связанные с температурной зависимостью коэффициента поверхностного натяжения, и вызванное этим движение расплава (так называемая конвекция Марангони). Рассмотрение подобных моделей выходит за рамки настоящей статьи.

✓  $Re \gg 10^4$  и  $Pe \gg 10^4$

В этом случае циркуляция расплава, тепло- и массоперенос носит выраженный турбулентный характер.

## Двухмерные модели ИПХТ

Для оценки качественных характеристик электромагнитных, гидродинамических и тепловых процессов в ИПХТ в 1970÷1980-х годах был разработан ряд двухмерных моделей.

### 1 Двухмерная аксиально-симметричная модель

С помощью этой модели, первоначально созданной для изучения ИТП (рис. 6), электромагнитные процессы в меридиональном сечении ИПХТ изучались без учета поворотной симметрии “холодного” тигля и особенностей его конструкции. Гидродинамическая и тепловая части задачи рассматривались в стационарной постановке, а турбулентный характер тепломассопереноса в расплаве учитывался с помощью простейших моделей:

- усредненные по времени гидродинамические уравнения Навье-Стокса, так называемые уравнения Рейнольдса (*Reynolds-Averaged Navier-Stokes – RANS*), замыкались с использованием гипотезы Буссинеска, которая предусматривает введение турбулентной кинематической вязкости  $\nu_t$ . Эффективное число Рейнольдса рассматривалось в виде функции координат. Значение  $Re_s \sim 50 \div 10^2$  выбиралось по результатам сравнения расчетных и экспериментальных данных.

- усредненные по времени уравнения теплопереноса замыкались путем введения коэффициента турбулентной температуропроводности  $a_t$ . Эффективное число Прандтля считалось равным  $Pr_s \sim 0.5 \div 2$ .

По результатам расчетов оценивался характер циркуляции расплава при различном расположении индуктора относительно расплава, выравнивание температуры расплава при электромагнитной конвекции (рис. 7), а также циркуляция расплава в случае выраженного мениска расплава (рис. 8). Форма свободной поверхности определялась из натурального эксперимента

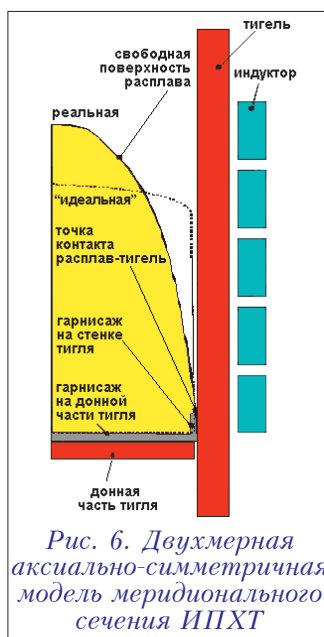


Рис. 6. Двухмерная аксиально-симметричная модель меридионального сечения ИПХТ

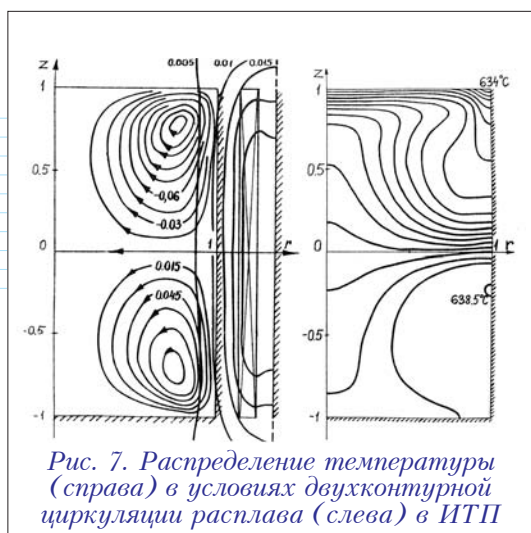


Рис. 7. Распределение температуры (справа) в условиях двухконтурной циркуляции расплава (слева) в ИТП

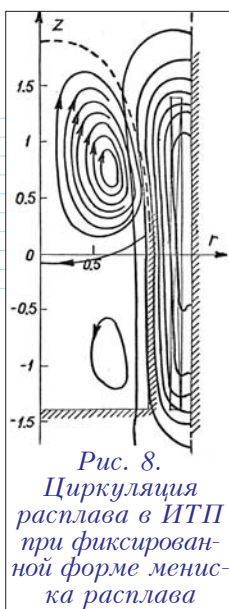


Рис. 8. Циркуляция расплава в ИТП при фиксированной форме мениска расплава

или путем оценок в гидростатическом приближении с учетом только электромагнитного давления.

Модель ИТП можно рассматривать в качестве первого шага при моделировании ИПХТ.

## 2 Двухмерная поворотно-симметричная модель

В двухмерной поворотно-симметричной модели горизонтального сечения (рис. 9) ИПХТ представляется бесконечно длинной в аксиальном направлении. Такая идеализация позволила учесть влияние секционированной геометрии “холодного” тигля на распределение электромагнитных и тепловых характеристик ИПХТ. В этой постановке электромагнитное силовое поле имеет безвихревой характер, и, значит, циркуляция расплава в горизонтальной плоскости отсутствует.

Такая модель позволила оценить влияние переходного электрического сопротивления  $R_{\text{п}}$  [Ом·м<sup>2</sup>], моделирующего гарнизаж в зоне контакта расплава и тигля, на растекание вихревых токов, а также смоделировать скачок температуры на границе “горячего” расплава и “холодного” тигля путем введения переходного теплового сопротивления  $R_{\text{т}}$  [м<sup>2</sup>·К/Вт] в зоне контакта расплава и тигля (рис. 10).



Рис. 9. Двухмерная поворотно-симметричная модель горизонтального сечения ИПХТ

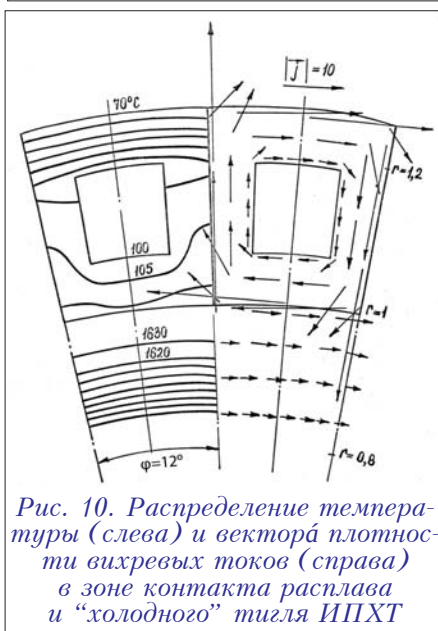


Рис. 10. Распределение температуры (слева) и вектора плотности вихревых токов (справа) в зоне контакта расплава и “холодного” тигля ИПХТ

## 3 Квазитрехмерная аксиально-симметричная модель

Чтобы учесть проявление наиболее важной особенности конструкции “холодного” тигля, а именно перераспределение по высоте вихревых токов в секции “холодного” тигля (рис. 11), была создана квазитрехмерная аксиально-симметричная модель меридионального сечения ИПХТ (рис. 12). Итерационная процедура решения конечно-разностных уравнений для нахождения азимутальной составляющей созданных индуктором вихревых токов в расплаве прерывалась для нахождения распределения радиальной и аксиальной составляющих вихревых токов в боковой грани секции тигля. На основе полученных результатов вводилось два

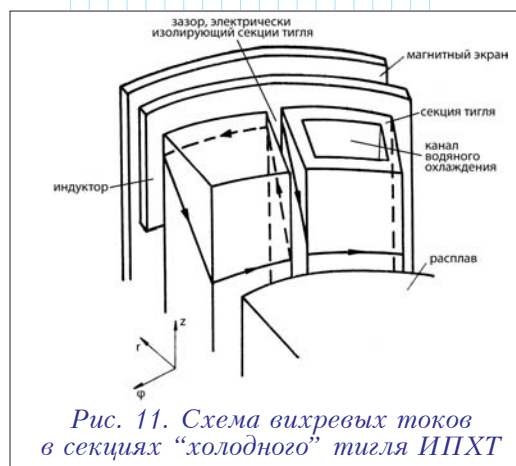


Рис. 11. Схема вихревых токов в секциях “холодного” тигля ИПХТ

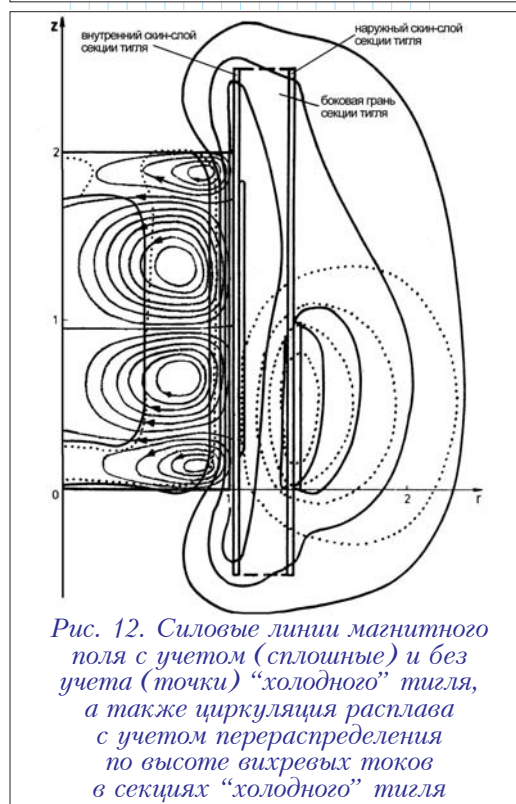


Рис. 12. Силовые линии магнитного поля с учетом (сплошные) и без учета (точки) “холодного” тигля, а также циркуляция расплава с учетом перераспределения по высоте вихревых токов в секциях “холодного” тигля



дополнительных “индуктора”, в которых задавалось распределение по высоте азимутальных составляющих вихревых токов в двух скин-слоях “холодного” тигля – во внутреннем, обращенном к расплаву, и во внешнем, обращенном к индуктору (рис. 11, 12). Задача в целом решалась методом последовательных приближений.

Такая квазитрехмерная модель позволила уловить качественный характер искажения магнитного поля в ИПХТ в сравнении с ИТП, а также установить, что характер циркуляции расплава может принципиально измениться в случае введения в конструкцию индукционной печи такого конструктивного элемента, каким является секционированный “холодный” тигель. Для модели, показанной на рис. 12, двухконтурная циркуляция в ИТП сменяется четырехконтурной в ИПХТ. Однако такая картина циркуляции получается практически при любом расположении индуктора относительно “холодного” тигля, если аксиальные координаты верхнего и нижнего концов индуктора не выходят за пределы, заданные высотой “холодного” тигля. То есть, для корректного учета основных особенностей ИПХТ необходимо развитие трехмерных расчетных моделей.

### Трехмерные модели ИПХТ

Трехмерные модели ИПХТ для расчетов количественных характеристик турбулентного тепло- и массопереноса разрабатываются с начала 1990-х годов. Далее рассматриваются особенности моделирования физических полей и процессов, определяющих свойства расплава, получаемого с помощью ИПХТ.

#### ✓ Расчет электромагнитного поля

Опыт применения двумерных и квазитрехмерных моделей показал, что корректный учет всех существенных особенностей конструкции ИПХТ возможен только в случае расчета электромагнитного поля для трехмерной модели (рис. 13). Сокращение числа

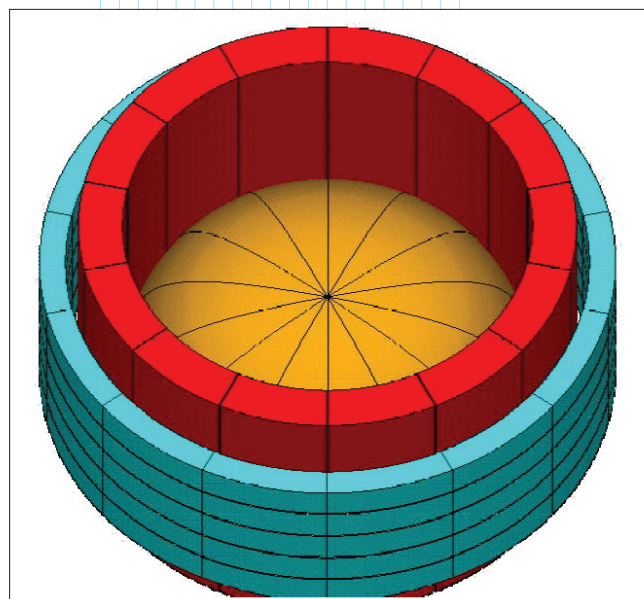


Рис. 13. Трехмерная компьютерная модель ИПХТ

расчетных ячеек достигается путем учета поворотной симметрии ИПХТ. При этом моделируемая область (рис. 14) ограничивается плоскостью меридионального сечения, проходящей через электроизолирующий зазор, разделяющий секции “холодного” тигля, и плоскостью меридионального сечения, проходящей через середину секции тигля или же через следующий зазор.

Полученные в результате расчетов трехмерные поля электромагнитных величин в случае необходимости можно усреднить в азимутальном направлении, что позволяет применять двумерные модели тепло-массопереноса, хорошо зарекомендовавшие себя для определенных наборов параметров, характеризующих ИПХТ, и для определенных режимов циркуляции расплава.

#### ✓ Расчет формы свободной поверхности расплава

Форма свободной поверхности определяется в процессе трехмерного расчета электромагнитного поля методом последовательных приближений. На основе распределения электромагнитного поля итерационным методом находится геометрическое место точек, в каждой из которых имеет место баланс гидростатического давления в расплаве, электромагнитного давления и поверхностного натяжения. После получения новой формы расплава уточняется распределение электромагнитного поля, на основе которого в свою очередь уточняется положение свободной поверхности. После каждого уточнения формы расплава производится корректировка конечно-элементной сетки (рис. 15), которая имеет сгущение узловых точек в области скин-слоев в расплаве, секции “холодного” тигля и индукторе.

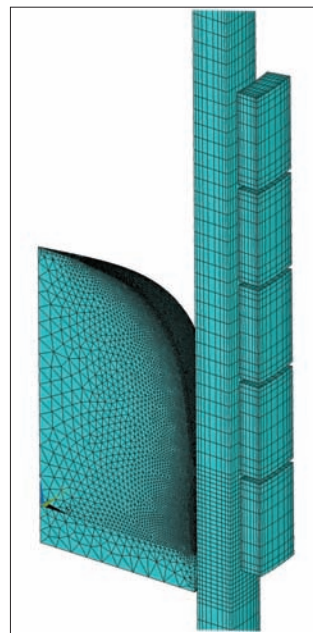


Рис. 14. Сектор, для которого проводятся расчеты ИПХТ в полностью трехмерной постановке

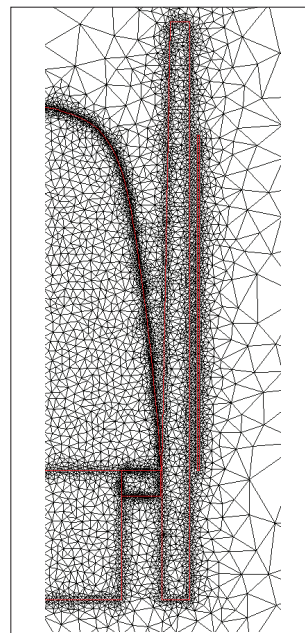


Рис. 15. Двухмерная конечно-элементная сетка для расчета формы свободной поверхности расплава в ИПХТ

Расчетная процедура продолжается до достижения сходимости в соответствии с заданным критерием завершения последовательных уточнений.

### ✓ Описание турбулентного режима циркуляции расплава и теплопереноса

Для дальнейших расчетов теплопереноса в расплаве в качестве исходных данных используется рассчитанная форма свободной поверхности и распределение электромагнитного силового поля.

Разработанный численный алгоритм допускает принципиальную возможность уточнения формы свободной поверхности расплава с учетом нестационарного характера движения расплава и теплопереноса. Однако в этом случае решение задачи должно проводиться в нестационарной постановке, когда для каждого временного промежутка рассчитывается также электромагнитное поле и форма свободной поверхности.

Расчет турбулентного режима течения жидкости со свободной поверхностью под действием электромагнитных сил в нестационарной постановке методом прямого численного моделирования (*Direct Numerical Simulation – DNS*) имел бы значительную научную ценность. Однако такие расчеты пока не проводились ввиду их значительной ресурсоемкости и, вероятно, даже отсутствия вычислительных мощностей, на которых подобные расчеты можно осуществить за разумное время.

В процессе оптимизации конструкции ИПХТ при многовариантных расчетах для большинства задач металлургических МГД-технологий интерес представляют результаты для установившегося или усредненного по времени состояния расплава. Поэтому теплоперенос в расплаве исследуется при заданной (фиксированной, установившейся, усредненной) форме расплава и заданном распределении электромагнитных сил, но в нестационарной постановке. Модели турбулентного теплопереноса применяются следующие:

- двухпараметрическая модель  $k-\varepsilon$ , учитывающей транспорт кинетической энергии турбулентности и

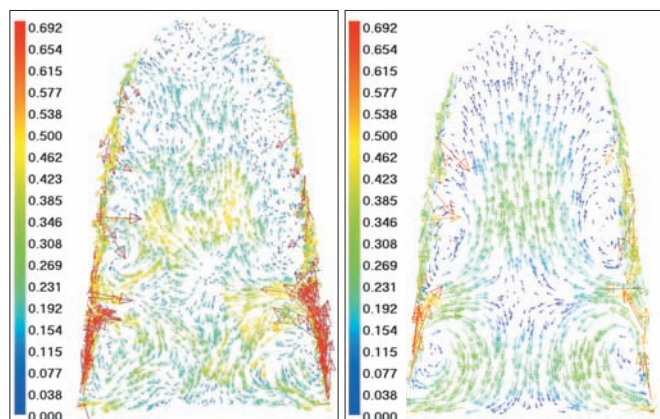


Рис. 17. Мгновенное (слева) и усредненное по времени (справа) распределение векторов скорости движения расплава в ИПХТ, полученное с использованием нестационарной трехмерной LES-модели турбулентности

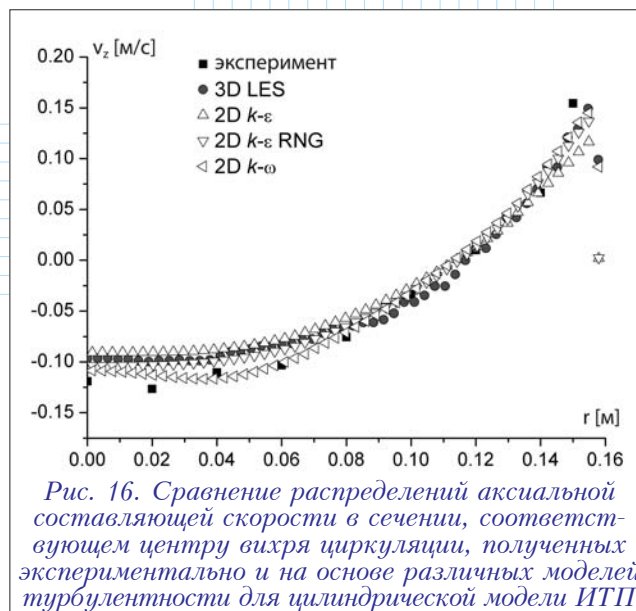


Рис. 16. Сравнение распределений аксиальной составляющей скорости в сечении, соответствующем центру вихря циркуляции, полученных экспериментально и на основе различных моделей турбулентности для цилиндрической модели ИПТ

диссипации турбулентности, а также модель  $k-\varepsilon$  RNG (*Re-Normalized Group – RNG*);

- модель сдвиговых напряжений  $k-\omega$  SST (*Shear Stress Transport*);
- модель крупных вихрей (*Large Eddy Simulation – LES*).

Расчетные модели для определения гидродинамических величин с использованием двухпараметрических моделей турбулентности настраиваются по результатам сравнения численных результатов с экспериментальными данными (рис. 16). При этом необходимо “подогнать” значения от 5 до 10 эмпирических постоянных.

Более широкие возможности открывает LES-модель турбулентности, применение которой во многих случаях вообще не требует подгонки эмпирических постоянных. Это достигается благодаря возросшим возможностям вычислительной техники, позволяющим более точно моделировать распространение крупных вихрей при турбулентном режиме течения.

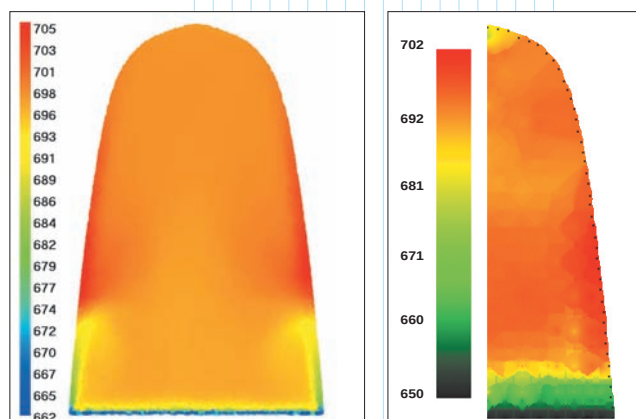


Рис. 18. Рассчитанное с использованием нестационарной трехмерной LES-модели турбулентности, а затем усредненное по времени (слева) и экспериментальное (справа) распределение температуры в расплаве Al



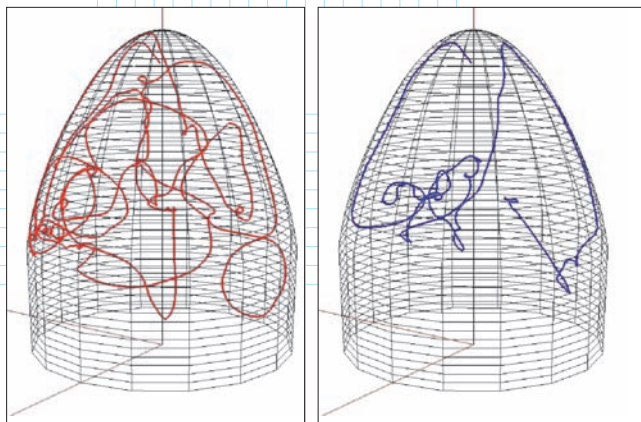


Рис. 19. Траектория движения легирующей пассивной примеси с плотностью, равной плотности расплава (слева), и с плотностью, на порядок меньшей, чем у расплава (справа)

Модели расчетов турбулентного режима движения расплава (рис. 17) и теплопереноса (рис. 18, слева) позволяют получить количественные результаты, которые хорошо согласуются с данными измерений температуры в расплаве (рис. 18, справа).

#### ✓ Движение частиц примеси в расплаве

Разработанные методы расчета тепломассопереноса позволяют определить траектории частиц (рис. 19) легирующей пассивной примеси, которые рассматриваются как лагранжевы частицы, в широком диапазоне соотношений плотности и электропроводности расплава и примеси, а также размеров частиц.

#### ✓ Образование гарнисажа

Методика расчета тепломассопереноса с учетом кристаллизации (спекания) расплава при соприкосновении со стенкой и дном “холодного” тигля дает возможность учесть влияние на циркуляцию и распределение температур (рис. 20) такого фактора, как изменение формы расплава в результате образования гарнисажа, слой которого имеет неравномерную толщину (рис. 21).

В этом случае необходимо также учитывать трехмерный характер джоулева

тепловыделения и распределения электромагнитных сил, полученных в результате расчетов полностью трехмерной модели ИПХТ (рис. 22).

#### ✓ Визуализация результатов расчетов

Отдельной и зачастую нетривиальной задачей в процессе многовариантных расчетов с использованием трехмерных моделей является наглядное отображение полученных результатов. Решение подобной задачи требует развития способов визуализации трехмерных полей (рис. 19, 22).

### Компьютеры и программы для многодисциплинарного моделирования

В 1970÷1980-х годах исследования проводились с использованием собственных расчетных программ, написанных на языке *FORTRAN*, реализующих расчетные алгоритмы методом конечных разностей (МКР) и конечных элементов (МКЭ), на следующих компьютерах:

- в 1970-е годы – ЭВМ *GE-415* компании *General Electric* с доступной для расчетов оперативной памятью 32 *kb* (!);
- в 1970÷1980-е годы – ЭВМ *EC-1022*, *EC-1033*, *EC-1060* с оперативной памятью до 350 *kb*;
- в конце 1980-х – начале 1990-х годов – на *IBM*-совместимых персональных компьютерах с оперативной памятью до 640 *kb*.

В настоящее время для решения задачи многодисциплинарного моделирования применяется следующее программное обеспечение, в том числе с использованием алгоритмов с распараллеливанием вычислений:

- коммерческие *CAE*-системы *ANSYS Multiphysics*, *ANSYS CFX*, *ANSYS ICEM CFD*, *Fluent* (интегрирован в 12-ю версию системы *ANSYS*);
- свободно распространяемый инструментальный открытый интегрируемой платформы для решения задач вычислительной гидродинамики, механики и электродинамики сплошных сред – *Open FOAM* (*Open Source Field Operation And Manipulation*), – исключение составляют программы для расчетов квазистационарного электромагнитного поля;
- программы собственной разработки, реализующие алгоритмы расчетов МКР и МКЭ.

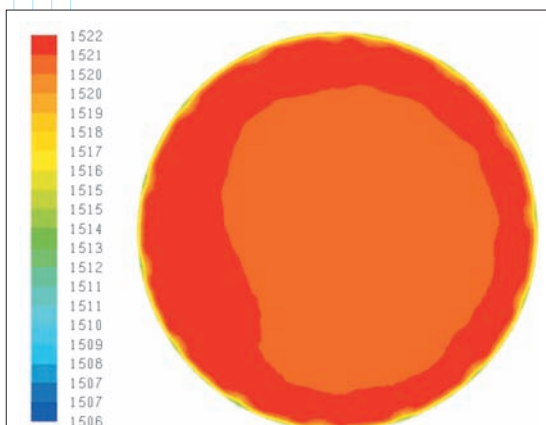


Рис. 20. Усредненное по времени распределение температуры расплава в горизонтальном сечении ИПХТ, полученные с использованием трехмерной LES-модели турбулентности

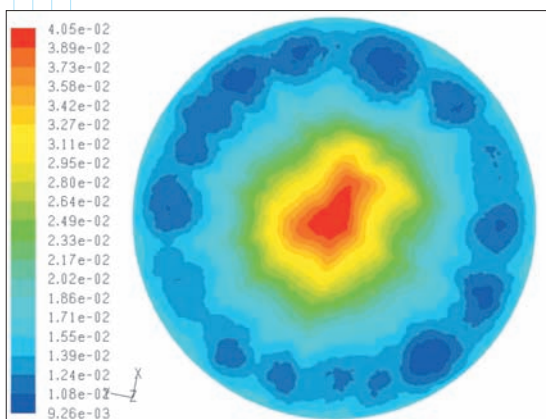


Рис. 21. Толщина гарнисажа (м), рассчитанная с использованием трехмерной *k-ε* модели для усредненного по времени течения



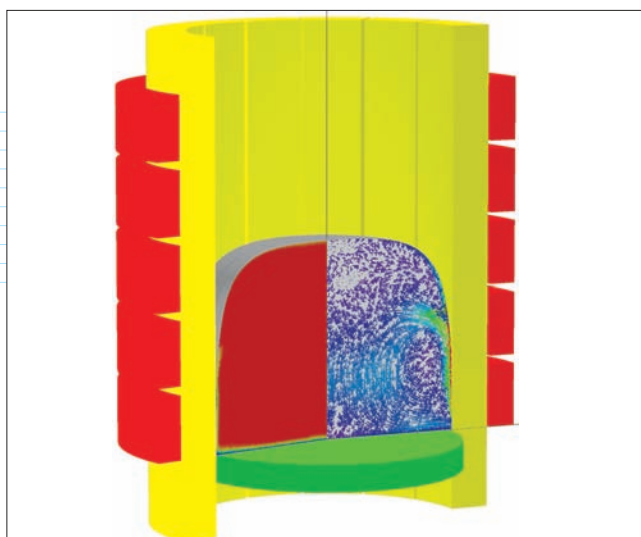


Рис. 22. Циркуляция (справа) и распределение температуры (слева) расплава в трехмерной модели ИПХТ. Масса сплава TiAl – 7 кг, сила и частота тока в индукторе – 3100 А и 20 кГц

Обработка численных методик и многовариантные расчеты проводятся:

- на рабочих станциях с многоядерными процессорами и с оперативной памятью от 4 Gb;
- на блейд-сервере *DELL Poweredge 1950* с пятью 8-ядерными “лезвиями” на базе процессоров *Quad Core Intel Xeon E5345*, работающем под управлением операционной системы *64 bit Scientific Linux 4.5*.

Задачи, требующие значительных вычислительных мощностей, решаются с использованием ресурсов Северо-германского суперкомпьютерного объединения (*Norddeutscher Verbund für Hoch- und Höchstleistungsrechnen – HLRN*) в сотрудничестве с Институтом электротехнологий в Ганновере.

Новейшие достижения в области компьютерной техники и программного обеспечения позволяют постоянно усложнять решаемые задачи междисциплинарного моделирования в области вычислительной металлургической магнитной гидродинамики. Так что эволюция моделей ИПХТ продолжается... 

#### Авторы:

**Павлов Сергей Иванович** – *Dr. Phys.*, редактор ([sergey@cadcamcae.lv](mailto:sergey@cadcamcae.lv)) журнала *CAD/CAM/CAE Observer*, научный сотрудник ([Sergey.Pavlov@modulus.lv](mailto:Sergey.Pavlov@modulus.lv)) Латвийского университета

**Якович Андрис Таливалдович** – *Dr. Phys.*, заведующий лабораторией математического моделирования окружающей среды и технологических процессов ([www.modlab.lv](http://www.modlab.lv)) Латвийского университета ([Andris.Iakovics@lu.lv](mailto:Andris.Iakovics@lu.lv))

#### Литература

1. Якович А.Т. Исследование осредненного течения жидкого металла в аксиально-симметричном магнитном поле. Автореф. дис. канд. физ.-мат. наук. – Ленинград: ЛПИ им. М.И.Калинина, 1978.
2. Павлов С.И. Численное моделирование замкнутого течения проводящей жидкости в электромагнитном поле. Автореф. дис. канд. физ.-мат. наук. – Ленинград: ЛПИ им. М.И.Калинина, 1984.
3. Булыгин Л.Л. Исследование турбулентного МГД-течения со свободной поверхностью. Автореф. дис. канд. физ.-мат. наук. – Ленинград: ЛПИ им. М.И.Калинина, 1989.
4. Бетхерс У.А., Муйжниекс А.Р., Никифорова Н.В., Павлов С.И., Тир Л.Л., Якович А.Т. Численное моделирование электромагнитного поля в меридиональном сечении индукционной печи с разрезным проводящим тиглем // Известия АН ЛатвССР (серия физических и технических наук), 1989, № 1, с. 81–88.
5. Никифорова Н.В., Павлов С.И., Тир Л.Л., Якович А.Т. Численное исследование циркуляции расплава в индукционной печи с разрезным проводящим тиглем с использованием модели меридионального сечения // Магнитная гидродинамика, 1990, № 2, с. 92–98.
6. Тир Л.Л., Столов М.Я. Электромагнитные устройства для управления циркуляцией расплава в электропечах. – Москва: Металлургия, 1975; 2-е изд., перераб. и доп. – 1991.
7. Тир Л.Л., Губченко А.П. Индукционные плавильные печи для процессов повышенной точности и чистоты. – Москва: Энергоатомиздат, 1988.
8. Baake E., Umbrashko A., Jakovics A. LES modelling of the cold crucible melting processes // Electromagnetic processing of materials. 2<sup>nd</sup> Sino-German workshop. – Dresden (German), 2005, 26 p.
9. Kirpo M., Jakovics A., Baake E., Nacke B. Modelling velocity pulsations in a turbulent recirculated melt flow // Magnetohydrodynamics, 2006, Vol. 42, No. 2–3, pp. 207–218.
10. Umbrashko A., Baake E., Nacke B., Jakovics A. Numerical modelling of recirculated liquid metal flows in induction furnaces with cold crucible // Magnetohydrodynamics, 2007, Vol. 43, No. 2, pp. 243–252.
11. Umbrashko A., Baake E., Nacke B., Jakovics A. Numerical studies of the melting process in the induction furnace with cold crucible // The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering (COMPEL), 2008, Vol. 27, No. 2, pp. 359–368.
12. Umbrashko A., Baake E., Jakovics A. Melt flow and skull formation modelling possibilities for TiAl melting process in induction furnace with cold crucible // Modelling for electromagnetic processing. Proceedings of the International scientific colloquium. – Hannover (German), 2008, pp. 331–336.
13. Mühlbauer A. Innovative induction melting technologies: a historical review // Modelling for material processing. Proceeding of the 4<sup>th</sup> International scientific colloquium. – Riga (Latvia), 2006, pp. 13–20.
14. Mühlbauer A. History of induction heating and melting. – Essen: Vulkan Verlag, 2008. – 212 p.